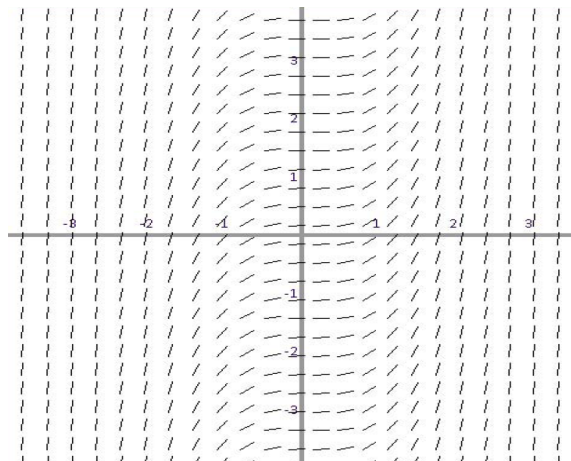


**Θέμα 1** (α) [7] Εξηγώντας συνοπτικά, επιλέξτε ποιά από τις παρακάτω επιλογέστες  $F(x, y)$  αντιστοιχεί με το παρακάτω πεδίο κατευθύνσεων της  $y' = F(x, y(x))$

$$y^2, \quad x^2, \quad x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2, \quad x - y, \quad xy, \quad 1 - y, \quad 1 + x, \quad x^3$$



(β) [8] Σχεδιάστε το πεδίο κατευθύνσεων της Δ.Ε  $y' = 9.8 - 0.196y$ , με  $y \equiv y(t)$ , για  $t \in [0, 5]$  και  $y \in [0, 80]$ , σχολιάστε τη συμπεριφορά των λύσεων καθώς  $t \rightarrow \infty$  και υπολογίστε (κατά προσέγγιση) την  $y(5)$ , όπου  $y$  είναι η λύση η οποία ικανοποιεί την αρχική συνθήκη  $y(0) = 30$ .

**Θέμα 2** [10] Βρείτε αν η Δ.Ε  $t^2 + y^2 + t + ty y' = 0$ ,  $t > 0$  είναι ακριβής ή όχι και λύστε τη Δ.Ε. με αρχική συνθήκη  $y(1) = 1$ .

**Θέμα 3** [20] Να λύθεί η Δ.Ε.  $t^2 y'' - 2ty' + 2y = 2t^3 e^t$

**Θέμα 4** [10] Να λυθεί η Δ.Ε.  $y' = 5y + e^{-2t} y^{-2}$  με αρχική συνθήκη  $y(0) = 2$

**Θέμα 5** Για το παρακάτω μη-ομογενές σύστημα Δ.Ε.

$$\vec{y}' = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \vec{y} + e^{2t} \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(α) [13] Υπολογίστε αρχικά τη λύση του ομογενούς συστήματος και κατασκευάστε το πεδίο διευθύνσεων, τη παράσταση φάσεων και χαρακτηρήστε τη ευστάθεια του κρίσιμου σημείου.

(β) [12] Υπολογίστε τη λύση του μη-ομογενούς συστήματος.

**Θέμα 6** [20] Να λυθεί η παρακάτω Δ.Ε. με χρήση μετασχηματισμών Laplace

$$y'' - y' - 2y = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0$$